



ФЕДЕРАЛЬНАЯ СЛУЖБА
ПО ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ СОБСТВЕННОСТИ,
ПАТЕНТАМ И ТОВАРНЫМ ЗНАКАМ

(12) ОПИСАНИЕ ИЗОБРЕТЕНИЯ К ПАТЕНТУ(21)(22) Заявка: **2009118999/28, 19.05.2009**(24) Дата начала отсчета срока действия патента:
19.05.2009

Приоритет(ы):

(22) Дата подачи заявки: **19.05.2009**(43) Дата публикации заявки: **27.11.2010** Бюл. № 33(45) Опубликовано: **20.05.2011** Бюл. № 14(56) Список документов, цитированных в отчете о
поиске: **RU 2050553 C1, 20.12.1995. SU 1401398 A1,
07.06.1988. SU 1219979 A1, 23.03.1986. DE
3236318 A1, 05.04.1984.**

Адрес для переписки:

**355009, г.Ставрополь, ул. Пушкина, 1,
ГОУВПО СГУ, НИЧ**

(72) Автор(ы):

**Лягин Алексей Михайлович (RU),
Жук Александр Павлович (RU),
Романько Денис Владимирович (RU),
Плетухина Алла Алексеевна (RU),
Плигин Евгений Александрович (RU)**

(73) Патентообладатель(и):

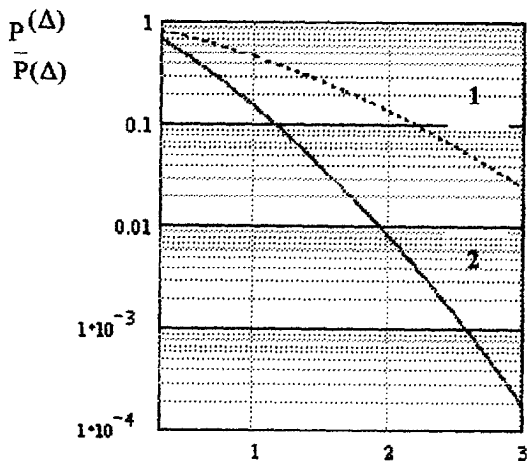
**Государственное образовательное
учреждение высшего профессионального
образования Ставропольский
государственный университет (RU)****(54) ЦИФРОВОЙ СПОСОБ ИЗМЕРЕНИЯ ФАЗОВОГО СДВИГА ГАРМОНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ**

(57) Реферат:

Изобретение относится к измерительной технике и может быть использовано в фазовых радиотехнических системах. Цифровой способ измерения фазового сдвига гармонических колебаний, находящихся под воздействием случайных возмущений, основан на измерении в ограниченном временном интервале среднего значения сдвига фазы, полученного в результате преобразования временных интервалов Δt между одноименными фазами измеряемого и опорного колебаний в число счетных импульсов n на каждом из наперед заданных m периодов. Затем измеряют среднее число счетных импульсов в выборочной

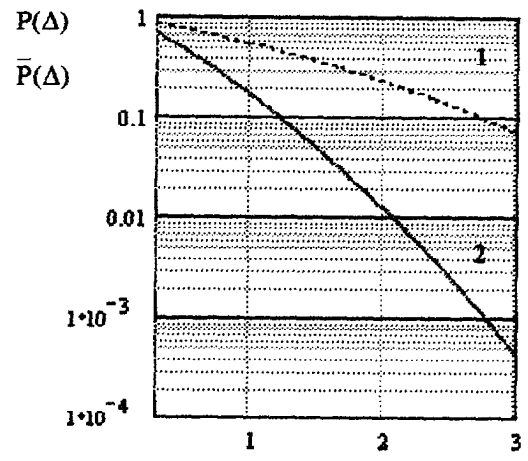
медиане вариационного ряда, сформированного из элементов выборки объема $K=2k+1$, ($k=1, 2, 3...$) счетных импульсов на интервале времени измерения сдвига фазы, причем во всех элементах выборки число периодов измеряемого гармонического колебания одинаково и равно или меньше m/k . Причем ограниченный временной интервал включает в себя m периодов измеряемого колебания. Технический результат - уменьшение ошибки измерения фазового сдвига гармонического колебания при ограниченном интервале времени измерения при внешних воздействиях на измеряемый сигнал. 1 ил.

RU 2419098 C2



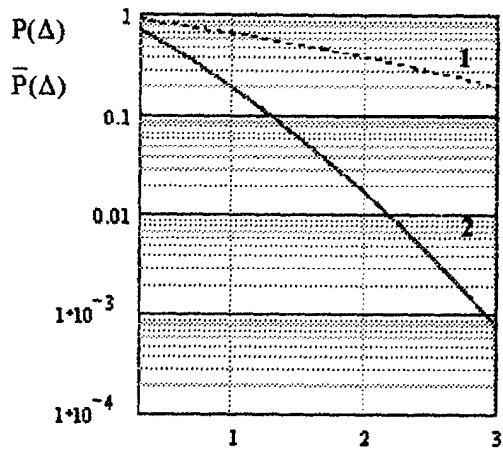
a)

Δ



б)

Δ



B)

Δ

RU 2419098 C2



FEDERAL SERVICE
FOR INTELLECTUAL PROPERTY,
PATENTS AND TRADEMARKS

(12) ABSTRACT OF INVENTION(21)(22) Application: **2009118999/28, 19.05.2009**(24) Effective date for property rights:
19.05.2009

Priority:

(22) Date of filing: **19.05.2009**(43) Application published: **27.11.2010 Bull. 33**(45) Date of publication: **20.05.2011 Bull. 14**

Mail address:

**355009, g.Stavropol', ul. Pushkina, 1, GOUVPO
SGU, NiCh**

(72) Inventor(s):

**Ljagin Aleksej Mikhajlovich (RU),
Zhuk Aleksandr Pavlovich (RU),
Roman'ko Denis Vladimirovich (RU),
Pletukhina Alla Alekseevna (RU),
Pligin Evgenij Aleksandrovich (RU)**

(73) Proprietor(s):

**Gosudarstvennoe obrazovatel'noe uchrezhdenie
vysshego professional'nogo obrazovanija
Stavropol'skij gosudarstvennyj universitet (RU)****(54) DIGITAL METHOD OF MEASURING PHASE SHIFT OF HARMONIC OSCILLATIONS**

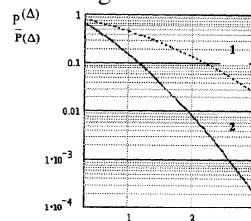
(57) Abstract:

FIELD: physics.

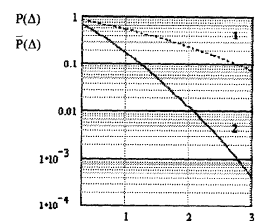
SUBSTANCE: digital method of measuring phase shift of harmonic oscillations under the effect of random perturbations is based on measuring in a limited time interval the average value of phase shift resulting from conversion of time intervals Δt between similar phases of measured and reference oscillations into the number of count pulses n on each the predefined m periods. The average number of count pulses is then measured in the sample median the variational series formed from volume sampling elements $K=2k+1$, ($k=1, 2, 3\dots$) of the count pulses on the time interval for measuring phase shift, where in all sampling elements, the number of periods of the measured harmonic oscillation is the same and equal to or less than m/k . The limited time interval includes m periods of the measured oscillation.

EFFECT: reduced errors in measuring phase shift of harmonic oscillations in a limited time interval with external effects on the measured signal.

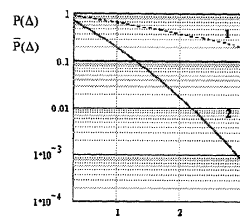
1 dwg



a)



б)



B)

Область техники, к которой относится изобретение

Изобретение относится к измерительной технике и может быть использовано в фазовых радиотехнических системах.

Уровень техники

5 Известны способы измерения сдвига фазы путем измерения интервалов времени между точками, имеющими одинаковую фазу, принадлежащих к двум колебаниям, когда сдвиг фаз измеряется путем подсчета числа счетных импульсов, укладываемых в интервал времени между нулями опорного напряжения и нулями
10 процесса, фаза которого измеряется (см. Пестряков В.Б. Фазовые радиотехнические системы (Основы статистической теории). - М.: Советское радио, 1968. - С.134) и цифровой способ измерения значения фазового сдвига (Метрология и
15 электрорадиоизмерения в телекоммуникационных системах: Учебник для вузов. / А.С.Сигов, Ю.Д.Белик, В.С.Верба и др. / Под редакцией В.И.Нефедова. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Высшая школа. 2005. - С.251), который включает две операции: преобразование фазового сдвига $\Delta\varphi$ в интервал времени Δt и измерение интервала времени Δt методом дискретного счета на одном периоде T гармонического колебания.

20 Однако известные способы имеют большую погрешность измерений сдвига фазы при внешних помеховых воздействиях на измеряемый сигнал.

Наиболее близким по технической сущности способом, выбранным в качестве прототипа, является способ измерения среднего значения фазового сдвига (см.
25 Метрология и электрорадиоизмерения в телекоммуникационных системах: Учебник для вузов. / А.С.Сигов, Ю.Д.Белик, В.С.Верба и др. / Под редакцией В.И.Нефедова. - 2-е изд. перераб. и доп. - М.: Высшая школа. 2005. - С.253-255), основанный на повышении точности измерения сдвига фазы гармонического колебания, подверженного внешним воздействиям, путем осреднения значений фазового сдвига
30 за большее число m периодов измеряемого колебания, в которых фазовый сдвиг $\Delta\varphi_i$ представляется числом счетных импульсов n_i на временном интервале Δt_i между одноименными фазами измеряемого и опорного колебаний.

35 Таким образом, способ должен включать в себя не только возможность измерять временной сдвиг между измеряемым и опорным колебаниями методом дискретного счета на каждом периоде, но и обладать свойством осреднения результатов измерений за заданное число периодов измеряемого гармонического колебания.

Недостатком данного способа измерения является то, что при неконтролируемых разбросах в измерениях временных интервалов $\Delta t_i \rightarrow n_i$, вызванных внешним
40 воздействием на измеряемый сигнал и приводящих к непредсказуемому изменению длительности периодов измеряемого колебания, а следовательно, и интервалов времени Δt_i между одноименными фазами измеряемого и опорного колебаний, оценка измерения среднего значения временного интервала

$$45 \Delta t_{cp} \Rightarrow n_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^m n_i}{m}, \quad i = \overline{1, m}$$

на ограниченном отрезке времени T_k , согласно положениям математической
50 статистики, не всегда будет эффективной, состоятельной, несмещенной, что приводит к снижению точности измерения фазового сдвига.

Раскрытие изобретения

Задачей изобретения является уменьшение ошибки измерения на ограниченном

интервале времени фазового сдвига гармонического колебания при внешних воздействиях на измеряемый сигнал.

Технический результат

5 Технический результат, который может быть достигнут с помощью предлагаемого изобретения, сводится к уменьшению ошибки измерения, на ограниченном интервале времени измерения, фазового сдвига гармонического колебания при внешних воздействиях на измеряемый сигнал.

10 Технический результат достигается с помощью цифрового способа измерения фазового сдвига гармонических колебаний, находящихся под воздействием случайных возмущений, основанного на измерении, в ограниченном временном интервале, включающем m периодов измеряемого колебания, среднего значения сдвига фазы, полученного в результате преобразования временных интервалов Δt между
15 одноименными фазами измеряемого и опорного колебаний в число счетных импульсов n на каждом из наперед заданных m периодов, отличающегося тем, что измеряют среднее число счетных импульсов в выборочной медиане вариационного ряда, сформированного из элементов выборки объема $K=2k+1$, ($k=1, 2, 3, \dots$) счетных импульсов на интервале времени измерения сдвига фазы, причем во всех элементах
20 выборки число периодов измеряемого гармонического колебания одинаково и равно или меньше m/K .

Последовательное проведение указанных операций в процессе измерения, на ограниченном временном интервале, фазового сдвига гармонического колебания, находящегося под воздействием случайных возмущений, позволяет исключить из
25 обработки недостоверные измерения и тем самым повысить точность измерения фазового сдвига.

Краткое описание чертежей

30 На чертеже показаны графические зависимости вероятностей выхода ошибки измерения фазового сдвига за установленные границы ($-\Delta$, Δ), подтверждающие положительный эффект от применения предлагаемого способа измерения.

Осуществление изобретения

35 Цифровой способ измерения фазового сдвига гармонических колебаний, находящихся под воздействием случайных возмущений, основанный на измерении, в ограниченном временном интервале, включающем m периодов измеряемого колебания, среднего значения сдвига фазы, полученного в результате преобразования временных интервалов Δt между одноименными фазами измеряемого и опорного колебаний в число счетных импульсов n на каждом из наперед заданных m периодов,
40 отличающийся тем, что измеряют среднее число счетных импульсов в выборочной медиане вариационного ряда, сформированного из элементов выборки объема $K=2k+1$, ($k=1, 2, 3, \dots$) счетных импульсов на интервале времени измерения сдвига фазы, причем во всех элементах выборки число периодов измеряемого гармонического колебания одинаково и равно или меньше m/K .

45 Предлагаемый способ осуществляется следующим образом.

На ограниченном по времени отрезке, равном m периодов, измеряемого гармонического колебания, подверженного случайным возмущениям, производят выборку объема $K=2k+1$, ($k=1, 2, 3, \dots$), при условии, что элементы выборки независимы.

50 В каждом элементе выборки, включающем $M \leq m/K$ периодов измеряемого гармонического колебания, методом дискретного счета измеряют суммарный фазовый сдвиг на основе выполнения последовательных операций: на каждом периоде временной интервал Δt между одноименными фазами измеряемого и опорного

колебаний представляют числом счетных импульсов. Затем суммируют число счетных импульсов в каждом из элементов выборки. Из результатов счета формируют вариационный ряд, определяют число счетных импульсов в выборочной медиане этого ряда, по которому определяют сдвиг фазы путем усреднения данного числа
 5 счетных импульсов за число периодов измеряемого гармонического колебания в элементе выборки $M \leq m/K$.

Для объема выборки $K=3$ математическое описание алгоритма преобразования над результатами измерений сдвига фазы может быть представлено как

$$N_{med} = \text{med}(N_1, N_2, N_3),$$

который можно реализовать на минимаксных (мин и макс) преобразователях

$$N_{med} = \max \{ \min(N_1, N_2); \min(N_1, N_3), \min(N_2, N_3) \},$$

где $N_i (i = \overline{1,3})$ - суммарное число счетных импульсов в i -м элементе выборки,

15 включающем $M \leq \frac{m}{K}$ периодов измеряемого гармонического колебания.

Введенная совокупность отличительных признаков позволяет достигнуть поставленной цели - уменьшения ошибки измерения фазового сдвига гармонического колебания, подверженного внешним воздействиям, когда время измерения ограничено
 20 и имеется большой неконтролируемый разброс в отдельных измерениях.

Пример проверки положительного эффекта от применения предлагаемого цифрового способа измерения фазового сдвига гармонических колебаний

При оценке положительного эффекта от предлагаемого способа следует применять метод статистического анализа сдвига фазы суммы гармонического колебания и
 25 узкополосного гауссового шума на ограниченном отрезке времени и математического аппарата ранговой статистики.

В реальных условиях измерения, как правило, проводятся на фоне внешних воздействий как на сам измеряемый сигнал, так и измерительное устройство. Эти
 30 воздействия носят случайный характер, априорной информацией о них воспользоваться невозможно, поэтому разработать адаптивные способы измерения с реальной технической реализацией их достаточно сложно. Часто на практике, при измерении информационных параметров сигналов, пользуются оценкой по
 35 выборочной средней (как это предложено в выбранном прототипе).

Однако данная оценка эффективна при равнооточных измерениях и при большом времени измерения.

Если время измерения ограничено и имеется большой неконтролируемый разброс в отдельных измерениях, то согласно положениям математической статистики оценка
 40 по выборочной медиане дает лучшие показатели качества оценки измерения, чем выборочная средняя (Гильбо Е.П., Челпанов И.Б. Обработка сигналов на основе упорядоченного выбора. - М.: Советское радио. 1975. - С.160).

Поэтому вместо оценки сдвига фазы гармонического колебания, подверженного неконтролируемым внешним воздействиям, по выборочной средней предлагается
 45 оценка по выборочной медиане выборки объема $K=2k+1$.

Проведем качественную сравнительную оценку способов измерения сдвига фазы гармонического колебания на фоне гауссовой помехи методом дискретного счета при
 50 изменяющихся значениях сдвига фазы на интервале наблюдения, реализованных на принципах упорядоченного выбора и осреднения результатов измерения сдвига фазы.

Предполагается, что при быстрых изменениях сдвига фазы, величины порядковых статистик будут неравнооточные, закон распределения сдвига фазы суммы гармонического сигнала и узкополосного гауссового шума на длительности

интервала времени измерения асимптотически нормальный (см. Пестряков В.Б. Фазовые радиотехнические системы (основы статистической теории). - М.: Советское радио. 1968. - С.167).

В качестве критерия оценки качества измерения выбрана величина вероятности выхода погрешностей измерения $P(\Delta)$ сдвига фазы за установленные пределы $(-\Delta, \Delta)$ (Гильбо Е.П., Челпанов И.Б. Обработка сигналов на основе упорядоченного выбора. - М.: Советское радио. 1975. - С.159).

$$P(\Delta) = 1 - \int_{-\Delta}^{\Delta} f(N) dN, \quad (1)$$

где $f(N)$ - плотность распределения вероятностей сдвига фазы, представленного числом счетных импульсов в выборочной средней или выборочной медиане выборки объема $K=2k+1$.

Алгоритм упорядоченного выбора

В измерительном тракте быстрые изменения уровня сигнала на интервале наблюдения T_H приводят к тому, что энергетические соотношения сигнал/шум имеют существенный разброс в отдельных элементах выборки относительно друг друга. Разброс энергетических соотношений сигнал/шум, функционально связанных с числовыми характеристиками закона распределения сдвига фазы суммы гармонического сигнала и узкополосного гауссова шума в измерительном тракте, на длительности элемента выборки, характеризуется взаимным отличием значений этих характеристик в отдельных элементах выборки на интервале наблюдения за сигналом.

Поэтому при нахождении выражения для вероятности $P(\Delta)$ выхода ошибки за пределы интервала $(-\Delta, \Delta)$ следует исходить из неравноточности измерений в отдельных элементах выборки.

Часто по различным причинам исследователь ограничен временным ресурсом измерения, кроме того, исследования проводятся по алгоритму выборочной медианы при объеме выборки $K=3$ и неконтролируемой неравномерности измерений в отдельных элементах выборки на интервале измерения.

Плотности распределения сдвига фазы в выборочной медиане при трех неравноточных выборочных измерениях описываются выражением (Гильбо Е.П., Челпанов И.Б. Обработка сигналов на основе упорядоченного выбора. - М.: Советское радио. 1975. - С.148)

$$\begin{aligned} f_{(2)}(N) = & f_1(N) \{ F_2(N) [1 - F_3(N)] + F_3(N) [1 - F_2(N)] \} + \\ & + f_2(N) \{ F_1(N) [1 - F_3(N)] + F_3(N) [1 - F_1(N)] \} + \\ & + f_3(N) \{ F_1(N) [1 - F_2(N)] + F_2(N) [1 - F_1(N)] \} N \end{aligned} \quad (2)$$

в котором плотность распределения $f_j(N)$ для нормального закона распределения погрешности измерения числа счетных импульсов, представляющих временной сдвиг измеряемого колебания по отношению к опорному при $\frac{P_c}{P_{ш}} > 1$ в j -м элементе выборки

имеет вид:

$$f_j(N) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_j} e^{-\frac{(N - N_j)^2}{2\sigma_j^2}}$$

и функция распределения

$$F_j(N) = 0,5 \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{N - N_j}{\sqrt{2}\sigma_j} \right) \right], \quad (j = \overline{1,3}).$$

5 В последнем выражении $\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt.$

Подставив в (2) выражения для $f_j(N)$ и $F_j(N)$, имеем

$$\begin{aligned} 10 \quad f_{(2)}(N) &= \frac{1}{2\sqrt{2\pi}\sigma_1} e^{-\frac{(N-N_1)^2}{2\sigma_1^2}} \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{N - N_2}{\sqrt{2}\sigma_2} \right) \operatorname{erf} \left(\frac{N - N_3}{\sqrt{2}\sigma_3} \right) \right] + \\ &+ \frac{1}{2\sqrt{2\pi}\sigma_2} e^{-\frac{(N-N_2)^2}{2\sigma_2^2}} \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{N - N_1}{\sqrt{2}\sigma_1} \right) \operatorname{erf} \left(\frac{N - N_3}{\sqrt{2}\sigma_3} \right) \right] + \quad (3) \\ 15 \quad &+ \frac{1}{2\sqrt{2\pi}\sigma_3} e^{-\frac{(N-N_3)^2}{2\sigma_3^2}} \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{N - N_1}{\sqrt{2}\sigma_1} \right) \operatorname{erf} \left(\frac{N - N_2}{\sqrt{2}\sigma_2} \right) \right], \end{aligned}$$

20 где N_j - среднее значение погрешности измерения числа счетных импульсов в j -м элементе выборки;

σ_j^2 - значение дисперсии погрешности измерения числа счетных импульсов в j -м элементе выборки.

25 Это выражение симметрично относительно функций и плотностей распределения погрешностей числа счетных импульсов, так как при формировании медианы все результаты измерений являются равноправными.

Поэтому для определения вероятности $P(\Delta)$ выхода ошибки измерения за пределы $(-\Delta, \Delta)$ можно воспользоваться выражением

$$30 \quad P(\Delta) = 2 \int_{\Delta}^{\infty} f_{(2)}(N) dN. \quad (4)$$

Тогда с учетом выражения (3) выражение (4) представляет собой сумму трех интегралов

$$35 \quad P(\Delta) = J_I + J_{II} + J_{III}.$$

По форме все интегралы похожи друг на друга, и метод решения их одинаков.

Поэтому приводится решение только первого интеграла

$$40 \quad J_I = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} \int_{\Delta}^{\infty} e^{-\frac{(N-N_1)^2}{2\sigma_1^2}} \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{N - N_2}{\sqrt{2}\sigma_2} \right) \operatorname{erf} \left(\frac{N - N_3}{\sqrt{2}\sigma_3} \right) \right] dN$$

После замены переменных $\frac{N - N_1}{\sqrt{2}\sigma_1} = t$ получаем

$$45 \quad J_I = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_{\lambda}^{\infty} e^{-t^2} [1 - \operatorname{erf}(ta + \gamma) \operatorname{erf}(tb + \beta)] dt,$$

где

$$50 \quad a = \frac{\sigma_1}{\sigma_2}; \quad b = \frac{\sigma_1}{\sigma_3}; \quad \gamma = \frac{N_1 - N_2}{\sqrt{2}\sigma_2}; \quad \beta = \frac{N_1 - N_3}{\sqrt{2}\sigma_3}; \quad \lambda = \frac{\Delta - N_1}{\sqrt{2}\sigma_1}.$$

Представим $J_I = J_1 - J_2$, т.е.

$$J_1 = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_{\lambda}^{\infty} e^{-t^2} dt - \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_{\lambda}^{\infty} e^{-t^2} \operatorname{erf}(ta + \gamma) \operatorname{erf}(tb + \beta) dt,$$

где J_1 - табличный интеграл и равен

$$J_1 = 0,5V(\sqrt{2\lambda}),$$

где
$$V(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt. \quad (5)$$

Для решения интеграла J_2 представим его как

$$J_2 = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_{\lambda}^{\infty} e^{-t^2} \operatorname{erf}(tb + \beta) dt - \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_{\lambda}^{\infty} e^{-t^2} \operatorname{erf}(tb + \beta) \cdot [1 - \operatorname{erf}(ta + \gamma)] dt,$$

т.е. $J_2 = J_3 - J_4$.

Воспользовавшись представлением $\operatorname{erf}(x) = 1 - 2V(\sqrt{2x})$, запишем J_3 как

$$J_3 = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_{\lambda}^{\infty} e^{-t^2} dt - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\lambda}^{\infty} e^{-t^2} V[\sqrt{2}(tb + \beta)] dt$$

или $J_3 = J'_3 - J''_3$, где

$$J'_3 = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_{\lambda}^{\infty} e^{-t^2} dt = 0,5V(\sqrt{2\lambda}) \text{ и } J''_3 = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\lambda}^{\infty} e^{-t^2} V[\sqrt{2}(tb + \beta)] dt. \quad (6)$$

Для решения интеграла J''_3 воспользуемся методикой, предложенной в (Быховский М.А. Способы оценки вероятности ошибочного приема в теории передачи дискретных сообщений. Часть 2. Радиотехника. - Том 27, №1, 1972. - С.16). Согласно этой методике

$$J''_3 = \frac{1}{\pi\sqrt{2}} \int_{\lambda}^{\infty} e^{-t^2} \int_{\sqrt{2}(tb+\beta)}^{\infty} e^{-\frac{u^2}{2}} du dt \leq \frac{1}{\pi\sqrt{2}} \left(\int_{\lambda}^{\infty} e^{-t} dt \right) \cdot \left(\int_{\sqrt{2}(\lambda b + \beta)}^{\infty} e^{-t/2} dt \right),$$

поскольку функция $\int_{\sqrt{2}(tb+\beta)}^{\infty} e^{-\frac{u^2}{2}} du$ - убывающая. Тогда

$$J''_3 = V(\sqrt{2\lambda}) V[\sqrt{2}(\lambda b + \beta)]. \quad (7)$$

Интеграл J_4 представим как

$$J_4 = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\lambda}^{\infty} e^{-t^2} \operatorname{erf}(tb + \beta) V[\sqrt{2}(ta + \gamma)] dt = \frac{1}{\pi\sqrt{2}} \int_{\lambda}^{\infty} e^{-t^2} \operatorname{erf}(tb + \beta) \int_{\sqrt{2}(ta+\beta)}^{\infty} e^{-\frac{u^2}{2}} du dt$$

и, применив методику, аналогичную для решения J''_3 , получим

$$J_4 = V(\sqrt{2\lambda}) V[\sqrt{2}(b\lambda + \beta)] V[\sqrt{2}(a\lambda + \gamma)]. \quad (8)$$

С учетом (5), (6), (7), (8)

$$J_4 = V(\sqrt{2\lambda}) V[\sqrt{2}(b\lambda + \beta)] + V(\sqrt{2\lambda}) V[\sqrt{2}(\lambda b + \beta)] V[\sqrt{2}(\lambda a + \gamma)]. \quad (9)$$

После подстановки значений аргументов в интегралы вероятностей $V(x)$

$$J_{I1} = V\left(\frac{\Delta - N_1}{\sigma_1}\right) V\left(\frac{\Delta - N_3}{\sigma_3}\right) + V\left(\frac{\Delta - N_1}{\sigma_1}\right) V\left(\frac{\Delta - N_2}{\sigma_2}\right) V\left(\frac{\Delta - N_3}{\sigma_3}\right). \quad (10)$$

Применив аналогичную методику для решения интегралов J_{II} и J_{III} , получим выражение для вероятности $P(\Delta)$ выхода погрешности измерения за пределы $(-\Delta, \Delta)$

$$\begin{aligned}
 P(\Delta) = & V\left(\frac{\Delta - N_1}{\sigma_1}\right)V\left(\frac{\Delta - N_2}{\sigma_2}\right) + V\left(\frac{\Delta - N_1}{\sigma_1}\right)V\left(\frac{\Delta - N_3}{\sigma_3}\right) + \\
 & + V\left(\frac{\Delta - N_2}{\sigma_2}\right)V\left(\frac{\Delta - N_3}{\sigma_3}\right) + 3V\left(\frac{\Delta - N_1}{\sigma_1}\right)V\left(\frac{\Delta - N_2}{\sigma_2}\right)V\left(\frac{\Delta - N_3}{\sigma_3}\right). \quad (11)
 \end{aligned}$$

При несмещенной оценке числа счетных импульсов $N_1=N_2=N_3=0$

$$\begin{aligned}
 P(\Delta) = & V\left(\frac{\Delta}{\sigma_1}\right)V\left(\frac{\Delta}{\sigma_2}\right) + V\left(\frac{\Delta}{\sigma_1}\right)V\left(\frac{\Delta}{\sigma_3}\right) + V\left(\frac{\Delta}{\sigma_2}\right)V\left(\frac{\Delta}{\sigma_3}\right) + \\
 & + 3V\left(\frac{\Delta}{\sigma_1}\right)V\left(\frac{\Delta}{\sigma_2}\right)V\left(\frac{\Delta}{\sigma_3}\right). \quad (12)
 \end{aligned}$$

Осреднение результатов измерения

При простом осреднении результатов измерений для объема выборки

$K=3$ квадрат отклонения ошибки $\bar{\sigma}^2$ от среднего значения \bar{N} равен

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{1}{9} (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2), \quad (13)$$

$$\text{при этом } \bar{N} = \frac{1}{3} \sum_{j=1}^3 N_j.$$

Вероятность погрешностей измерений при заданных начальных условиях

$$\bar{P}(\Delta) = \frac{2}{\sqrt{2\pi\bar{\sigma}^2}} \int_{\Delta}^{\infty} e^{-\frac{(N-\bar{N})^2}{2\bar{\sigma}^2}} dN, \quad (14)$$

которое можно представить с помощью интегральной функции нормированного нормального распределения

$$\bar{P}(\Delta) = 2V\left[\frac{3(\Delta - \bar{N})}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2}}\right]. \quad (15)$$

При несмещенной оценке

$$\bar{P}(\Delta) = 2V\left[\frac{3\Delta}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2}}\right]. \quad (16)$$

Сравнительная оценка способов измерения

Предположим, что погрешности двух измерений с одинаковыми дисперсиями

$$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2, \text{ а дисперсия третьего отлична от них } \sigma_3^2 \neq \sigma^2.$$

Представим выражения (12) и (16) через относительную погрешность $\alpha = \sigma_j/\sigma$, $j = \overline{1,3}$. Тогда

$$P(\Delta) = \left[V\left(\frac{\Delta}{\sigma}\right)\right]^2 + 2V\left(\frac{\Delta}{\sigma}\right)V\left(\frac{\Delta}{\alpha\sigma}\right) + +3\left[V\left(\frac{\Delta}{\sigma}\right)\right]^2\left[V\left(\frac{\Delta}{\alpha\sigma}\right)\right], \quad (17)$$

$$\bar{P}(\Delta) = 2V\left[\frac{3\Delta}{\sigma(2 + \alpha)}\right]. \quad (18)$$

Графические зависимости $P(\Delta)$ и $\bar{P}(\Delta)$ для различных степеней неравноточности приведены на фиг.1 (а, б, в) соответственно для $\alpha=2$, $\alpha=3$, $\alpha=5$.

Из приведенных графических зависимостей следует, что при неравноточных измерениях выборочная медиана (кривая 2) имеет лучшие показатели точности

измерения с точки зрения рассматриваемого критерия, чем выборочное среднее (кривая 1) на порядок и более. Это свидетельствует о целесообразности применения алгоритма выборочной медианы для измерения сдвига фазы гармонического колебания в трактах с быстрыми флуктуациями фазы сигнала на интервале наблюдения за ним.

Формула изобретения

Цифровой способ измерения фазового сдвига гармонических колебаний, находящийся под воздействием случайных возмущений, основанный на измерении в ограниченном временном интервале, включающем m периодов измеряемого колебания, среднего значения сдвига фазы, полученного в результате преобразования временных интервалов Δt между одноименными фазами измеряемого и опорного колебаний в число счетных импульсов n на каждом из наперед заданных m периодов, отличающийся тем, что измеряют среднее число счетных импульсов в выборочной медиане вариационного ряда, сформированного из элементов выборки объема $K=2k+1$, ($k=1, 2, 3, \dots$) счетных импульсов на интервале времени измерения сдвига фазы, причем во всех элементах выборки число периодов измеряемого гармонического колебания одинаково и равно или меньше m/K .